

Wydział Mechaniczny PWR

## KARTA PRZEDMIOTU

Nazwa w języku polskim: **Analiza matematyczna I**

Nazwa w języku angielskim: **Mathematical Analysis I**

Kierunek studiów (jeśli dotyczy): **Mechanika i Budowa Maszyn**

Stopień studiów i forma: **I stopień, stacjonarna**

Rodzaj przedmiotu: **ogólnouczelniany**

Kod przedmiotu: **MAT001644 (MAT001648)**

Grupa kursów: **nie**

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30	3			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	150	90			
Forma zaliczenia	Egzamin	Egzamin			
Grupa kursów					
Liczba punktów ECTS	5	3			
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)		3			
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)					

### WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1. Zalecana jest znajomość matematyki odpowiadająca maturze na poziomie rozszerzonym.

### CELE PRZEDMIOTU

- C1. Zapoznanie z podstawowymi funkcjami elementarnymi i ich własnościami.
- C2. Zapoznanie z podstawowymi pojęciami i twierdzeniami rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej.
- C3. Zapoznanie z pojęciem całki oznaczonej, jej podstawowymi własnościami oraz metodami obliczania.
- C4. Przedstawienie przykładów praktycznych zastosowań metod analizy matematycznej funkcji jednej zmiennej rzeczywistej.

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

### I. Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01 - znać wykresy i własności podstawowych funkcji elementarnych,

PEK\_W02 - znać podstawowe pojęcia i twierdzenia rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej,

PEK\_W03 - znać pojęcie całki oznaczonej, jej własności i podstawowe zastosowania.

### II. Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 - umieć rozwiązywać typowe równania i nierówności z funkcjami elementarnymi,

PEK\_U02 - umieć stosować elementy badania przebiegu zmienności funkcji do rozwiązywania typowych zadań,

PEK\_U03 - PEK\_U3 umieć obliczać typowe całki oznaczone i nieoznaczone,

PEK\_U4 umieć stosować rachunek różniczkowy i całkowy do rozwiązywania wybranych zagadnień praktycznych.

### III. Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 - mieć świadomość konieczności systematycznej i samodzielnej pracy w celu zdobycia wiedzy.

## TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć – Wykład		Liczba godzin
Wy1	Definicja funkcji. Funkcja liniowa, kwadratowa, wielomiany. Funkcje wymierne. Składanie funkcji. Przekształcanie wykresu.	3
Wy2	Funkcja różnowartościowa. Funkcja odwrotna i jej wykres. Funkcje potęgowe i wykładnicze oraz odwrotne do nich. Własności logarytmu.	2
Wy3	Funkcje trygonometryczne. Koło trygonometryczne. Funkcje cyklometryczne.	2
Wy4	Ciągi liczbowe. Granice właściwe i niewłaściwe ciągów liczbowych. Twierdzenia o granicach ciągów. Wyrażenia nieoznaczone. Liczba e.	3
Wy5	Granice funkcji w punkcie i nieskończoności. Przykłady granic podstawowych wyrażeń nieoznaczonych. Asymptoty.	2
Wy6	Ciągłość funkcji w punkcie i na przedziale. Podstawowe własności funkcji ciągłych. Przybliżone rozwiązywanie równań.	2
Wy7	Definicja pochodnej funkcji. Interpretacja geometryczna i fizyczna. Styczna. Różniczka. Pochodne podstawowych funkcji elementarnych. Reguły różniczkowania.	2
Wy8	Twierdzenie Lagrange'a. Przedziały monotoniczności funkcji. Reguła de l'Hospitala.	2
Wy9	Ekstrema lokalne i globalne. Przykłady zagadnień optymalizacyjnych.	2
Wy10	Definicja całki nieoznaczonej i jej własności. Podstawowe wzory. Całkowanie przez części i podstawienie.	2
Wy11	Definicja całki oznaczonej i jej własności. Tw. Newtona-Leibniza.	2
Wy12	Przykłady zastosowań całki oznaczonej (np. średnia wartość funkcji na przedziale, pole obszaru, objętość bryły obrotowej, długość krzywej itp.)	2
Wy13	Całkowanie funkcji wymiernych i trygonometrycznych.	2
Wy14	Przykłady zastosowań metod analizy matematycznej funkcji jednej zmiennej (np. wzór Taylora i Maclaurina, wypukłość i punkty przegięcia wykresu lub przykłady zastosowań specyficzne dla kierunku studiów).	2
		Suma: 30

Forma zajęć – Ćwiczenia		Liczba godzin
Ćw1	Elementy logiki matematycznej (spójniki, kwantyfikatory). Określanie dziedziny funkcji. Badanie parzystości.	2
Ćw2	Składanie funkcji. Przekształcanie wykresów. Rozwiązywanie równań i nierówności algebraicznych i wymiernych.	2
Ćw3	Funkcja odwrotna. Typowe równania i nierówności wykładnicze i logarytmiczne.	2
Ćw4	Funkcje trygonometryczne i cyklometryczne. Koło trygonometryczne. Typowe równania i nierówności trygonometryczne.	2
Ćw5	Badanie monotoniczności i uzasadnianie ograniczoności ciągów liczbowych. Obliczanie granic ciągów liczbowych.	2
Ćw6	Granice funkcji. Wyznaczanie asymptot.	2
Ćw7	Badanie ciągłości funkcji. Przybliżone rozwiązywanie równań.	2
Ćw8	Definicja pochodnej. Reguły różniczkowania. Styczna. Różniczka.	2
Ćw9	Reguła de l'Hospitala. Przedziały monotoniczności funkcji.	2
Ćw10	Wyznaczanie ekstremów lokalnych i globalnych.	2
Ćw11	Obliczanie całek nieoznaczonych. Całkowanie przez części i podstawienie.	2
Ćw12	Obliczanie całek oznaczonych. Zastosowanie do obliczania pola.	2
Ćw13	Zastosowania całki oznaczonej c.d.	2
Ćw14	Całkowanie funkcji wymiernych i trygonometrycznych.	2
Ćw15	Kolokwium.	2
		Suma: 30

#### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1. Wykład – metoda tradycyjna

N2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna.

N3. Praca własna studenta z wykorzystaniem pakietów matematycznych.

N4. konsultacje

#### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA (Wykład)

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_W01-PEK_W03	Egzamin
P = F1		

OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA (Ćwiczenia)

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_U01-PEK_U03, PEK_K01	kolokwia, odpowiedzi ustne, kartkówki
P = F1		

LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1]G. Decewicz, W. Żakowski, Matematyka, Cz.1, WNT, Warszawa 2007.
- [2]M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 1. Definicje, twierdzenia, wzory, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2015.
- [3]M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 1. Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2015.
- [4]W. Krysiński, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, Cz. I, PWN, Warszawa 2006.

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1]F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy, PWN, 2012.
- [2]R. Leitner, Zarys matematyki wyższej dla studiów technicznych, cz.1-2, WNT, Warszawa 2006.
- [3]M. Zakrzewski, Markowe wykłady z matematyki. Analiza, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2013.

MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU

**Analiza matematyczna I**  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU  
**Mechanika i Budowa Maszyn**

Przedmiotowy efekt kształcenia	Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności	Cele przedmiotu	Treści programowe	Numer narzędzia dydaktycznego
PEK_W01-PEK_W03	K1MBM_W01	C1-C4	Wy	N1-N4
PEK_U01-PEK_U04	K1MBM_U05	C1-C4	Ćw.	N1-N4
PEK_K01	K1MBM_K01, K1MBM_K04	C1-C4	Wy, Ćw.	N1-N4

OPIEKUN PRZEDMIOTU

dr Jolanta Sulkowska email: [jolanta.sulkowska@pwr.edu.pl](mailto:jolanta.sulkowska@pwr.edu.pl)

## SUBJECT CARD

Name in Polish: **Analiza matematyczna I**

Name in English: **Mathematical Analysis I**

Main field of study (if applicable): **Mechanical Engineering and Machine Building**

Level and form of studies: **I level, full-time**

Kind of subject: **university-wide**

Subject code: **MAT001644 (MAT001648)**

Group of courses: **no**

	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)	30	3			
Number of hours of total student workload (CNPS)	150	90			
Form of crediting	Examination	Examination			
Group of courses					
Number of ECTS points	5	3			
including number of ECTS points for practical (P) classes		3			
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes					

### PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES

1. It is recommended that the knowledge of mathematics is equivalent to high school certificate at the advanced level.

### SUBJECT OBJECTIVES

- C1. Exposition of basic elementary functions and their properties.
- C2. Exposition of basic notions and theorems of differential calculus of functions of a single variable.
- C3. Introduction of the concept of the definite integral, its basic properties and methods of calculation.
- C4. Presentation of practical applications of methods of differential and integral calculus of functions of a single variable.

## SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS

### I. Relating to knowledge:

PEK\_W01 - knows the graphs and properties of basic elementary functions,

PEK\_W02 - knows basic notions and theorems of differential calculus of functions of a single variable,

PEK\_W03 - knows the concept of the definite integral, its properties and the basic applications.

### II. Relating to skills:

PEK\_U01 - can solve typical equations and inequalities with elementary functions,

PEK\_U02 - can examine a function and draw its graph,

PEK\_U03 - PEK\_U3 can evaluate typical indefinite integrals and calculate definite integrals,

PEK\_U4 can apply differential and integral calculus to solve practical problems.

### III. Relating to social competences:

PEK\_K01 - understands the need for systematic and independent work on mastery of course material.

## PROGRAMME CONTENT

Form of classes – Lecture		Number of hours
Lec1	Definition of a function. Basic examples: linear, quadratic and polynomial functions. Rational functions. Composition of functions. Transformations of graphs of functions.	3
Lec2	Injective functions. The inverse function and its graph. Power and exponential functions and their inverses. Properties of logarithms.	2
Lec3	Trigonometric functions. Unit (trigonometric) circle. Inverse trigonometric functions.	2
Lec4	Sequences of real numbers. Finite and infinite limit of a sequence. Basic theorems on limits of sequences. Indeterminate expressions. The number $e$ .	3
Lec5	The limit of a function at a point and the limit at infinity. Examples of the limits of certain indeterminate expressions. Asymptotes.	2
Lec6	Continuity of a function at a point and on an interval. Basic properties of continuous functions. Approximate solutions of equations.	2
Lec7	The derivative of a function. Geometrical and physical interpretations of the derivative. Tangent line. Differential of a function. Derivatives of basic elementary functions. Differentiation rules.	2
Lec8	Lagrange's theorem. Intervals of monotonicity of a function. De l'Hospital's rule.	2
Lec9	Local and global extrema. Examples of optimization problems.	2
Lec10	Definition and basic properties of indefinite integral. Basic rules. The substitution rule and integration by parts.	2
Lec11	Definition and basic properties of definite integral. Fundamental theorem of calculus (Newton-Leibniz theorem).	2
Lec12	Applications of integral calculus (e.g. average value of a function, area of a flat region, volumes of solids of revolution, arc length etc.)	2
Lec13	Integration of rational and trigonometric functions.	2

Lec14	Examples of applications of methods of mathematical analysis of a single variable (e.g. Taylor's theorem , convexity and inflection points of a function or other applications typical for the field of study).	2
		Total hours: 30
Form of classes – Classes		Number of hours
CI1	Elements of mathematical logic (logical connectives, quantifiers). Determination of the domain of a function. Even and odd functions.	2
CI2	Composition of functions. Transformations of graphs of functions. Polynomial and rational equations and inequalities.	2
CI3	The inverse function. Typical equations and inequalities with exponential and logarithmic functions.	2
CI4	Trigonometric and inverse trigonometric functions. Unit (trigonometric) circle. Typical trigonometric equations and inequalities.	2
CI5	Monotonicity and boundedness of sequences. Computing proper and improper limits of sequences.	2
CI6	Limits of functions. Asymptotes.	2
CI7	Continuity of a function. Approximate solutions of equations.	2
CI8	Derivative of a function. Rules of differentiation. Tangent line. Differentials and their applications.	2
CI9	De l'Hospital's rule. Intervals of monotonicity of a function.	2
CI10	Determining local and global extrema of a function.	2
CI11	Evaluation of indefinite integrals of elementary functions. Integration by parts and by substitution.	2
CI12	Calculating definite integrals. Area of a flat region as an application of definite integral.	2
CI13	Applications of definite integral.	2
CI14	Integration of rational and trigonometric functions.	2
CI15	Test.	2
		Total hours: 30

#### TEACHING TOOLS USED

- N1. Lecture - traditional method.
- N2. Classes - traditional method (problems sessions and discussion).
- N3. Student's self-study with the assistance of mathematical packages.
- N4. tutorials

#### EVALUATION OF SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS ACHIEVEMENT (Lecture)



Evaluation (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	Educational effect number	Way of evaluating educational effect achievement
F1	PEK_W01-PEK_W03	exam
P = F1		

EVALUATION OF SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS ACHIEVEMENT (Classes)		
Evaluation (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	Educational effect number	Way of evaluating educational effect achievement
F1	PEK_U01-PEK_U03, PEK_K01	tests, oral presentations, quizzes
P = F1		

PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE				
<u>PRIMARY LITERATURE</u>				
[1]G. Decewicz, W. Żakowski, Matematyka, Cz.1, WNT, Warszawa 2007.				
[2]M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 1. Definicje, twierdzenia, wzory, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2015.				
[3]M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 1. Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2015.				
[4]W. Krywicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, Cz. I, PWN, Warszawa 2006.				
<u>SECONDARY LITERATURE</u>				
[1]F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy, PWN, 2012.				
[2]R. Leitner, Zarys matematyki wyższej dla studiów technicznych, cz.1-2, WNT, Warszawa 2006.				
[3]M. Zakrzewski, Markowe wykłady z matematyki. Analiza, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2013.				

MATRIX OF CORRELATION BETWEEN EDUCATIONAL EFFECTS FOR SUBJECT <b>Mathematical Analysis I</b> AND EDUCATIONAL EFFECTS FOR MAIN FIELD OF STUDY <b>Mechanical Engineering and Machine Building</b>				
Subject educational effect	Correlation between subject educational effect and educational effects defined for main field of study and specialization (if applicable)	Subject objectives	Programme content	Teaching tool number
PEK_W01-PEK_W03	K1MBM_W01	C1-C4	lec	N1-N4

PEK_U01- PEK_U04	K1MBM_U05	C1-C4	CI	N1-N4
PEK_K01	K1MBM_K01, K1MBM_K04	C1-C4	Lec,CI	N1-N4

SUBJECT SUPERVISOR

dr Jolanta Sulkowska email: [jolanta.sulkowska@pwr.edu.pl](mailto:jolanta.sulkowska@pwr.edu.pl)