

## KARTA PRZEDMIOTU

Nazwa w języku polskim: **Równania różniczkowe zwyczajne**

Nazwa w języku angielskim: **Ordinary differential equations**

Kierunek studiów (jeśli dotyczy): **Mechanika i Budowa Maszyn**

Stopień studiów i forma: **I stopień, stacjonarna**

Rodzaj przedmiotu: **obowiązkowy**

Kod przedmiotu: **MMM031055 (MMM031378)**

Grupa kursów: **nie**

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	15	15			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	30	30			
Forma zaliczenia	Zaliczenie na ocenę	Zaliczenie na ocenę			
Grupa kursów	X				
Liczba punktów ECTS	1	1			
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)		1			
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	0.6	0.7			

### WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1. Zna podstawy rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej zmiennej, a także wykorzystywane w nim inne gałęzie matematyki, ze szczególnym uwzględnieniem algebry liniowej.
2. Umie obliczać pochodne funkcji jednej zmiennej, umie obliczać całki nieoznaczone i oznaczone metodami przez części i przez podstawienie.
3. Umie obliczać wyznaczniki, wartości własne i wektory własne macierzy.

### CELE PRZEDMIOTU

- C1. Zdobycie podstawowej wiedzy o równaniach różniczkowych zwyczajnych I i II rzędu oraz na temat układów równań różniczkowych.
- C2. Zdobycie umiejętności doboru właściwej metody rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych oraz układów równań różniczkowych.
- C3. Kształtowanie i utrwalanie umiejętności wyszukiwania informacji oraz jej analizy.

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

### I. Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01 - Ma teoretyczną wiedzę dotyczącą równań różniczkowych oraz zna metody ich rozwiązywania.

PEK\_W02 - Ma wiedzę na temat metod rozwiązywania układów równań różniczkowych.

PEK\_W03 - Ma wiedzę dotyczącą zastosowania równań różniczkowych jako modelu matematycznego do opisu zjawisk fizycznych.

### II. Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 - Potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, formułować twierdzenia i definicje dotyczące równań różniczkowych.

PEK\_U02 - Potrafi rozwiązać równania różniczkowe I i II rzędu.

PEK\_U03 - Potrafi rozwiązać układy równań różniczkowych.

### III. Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 - Rozumie konieczność systematycznej pracy nad wszelkimi zadaniami; umie oszacować czas potrzebny na realizację zleconego zadania.

PEK\_K02 - Zna zakres posiadanej przez siebie wiedzy i posiadanych umiejętności, potrafi rozpoznać braki w wiedzy i uzupełnić je posługując się literaturą.

PEK\_K03 - Postępuje etycznie i rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej.

## TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć – Wykład		Liczba godzin
Wy1	Równania różniczkowe I rzędu: podstawowe definicje. Zagadnienia z różnych dziedzin prowadzące do równań różniczkowych. Równania różniczkowe I rzędu: równania o zmiennych rozdzielonych oraz równania jednorodne.	2
Wy2	Równania różniczkowe I rzędu liniowe: jednorodne i niejednorodne. Metoda uzmienniania stałej.	2
Wy3	Krzywe ortogonalne. Równania różniczkowe II rzędu. Równania II rzędu sprowadzalne do równań I rzędu.	1
Wy4	Równania różniczkowe II rzędu liniowe jednorodne. Wrońskian. Równania różniczkowe II rzędu liniowe jednorodne o stałych współczynnikach.	2
Wy5	Równania różniczkowe II rzędu liniowe niejednorodne. Metoda uzmienniania stałych. Metoda współczynników nieoznaczonych.	2
Wy6	Układy równań różniczkowych I rzędu. Metoda eliminacji. Układy równań różniczkowych liniowych jednorodnych o stałych współczynnikach.	2
Wy7	Układy niejednorodne równań różniczkowych liniowych o stałych współczynnikach. Metoda uzmienniania stałych.	2
Wy8	Kolokwium zaliczeniowe.	2
		Suma: 15
Forma zajęć – Ćwiczenia		Liczba godzin
Ćw1	Przypomnienie rachunku różniczkowego i całkowego. Rozwiązywanie równań różniczkowych o zmiennych rozdzielonych oraz równań jednorodnych.	2
Ćw2	Rozwiązywanie równań różniczkowych I rzędu liniowych jednorodnych oraz niejednorodnych.	2
Ćw3	Rozwiązywanie równań różniczkowych II rzędu sprowadzalnych do I rzędu.	2

Ćw4	Rozwiązywanie równań różniczkowych II rzędu liniowych jednorodnych o stałych współczynnikach.	1
Ćw5	Rozwiązywanie równań różniczkowych II rzędu niejednorodnych o stałych współczynnikach metodą współczynników nieoznaczonych.	2
Ćw6	Rozwiązywanie równań różniczkowych II rzędu niejednorodnych o stałych współczynnikach metodą uzmienniania stałych.	2
Ćw7	Rozwiązywanie układów równań różniczkowych liniowych jednorodnych o stałych współczynnikach.	2
Ćw8	Kolokwium zaliczeniowe (w przypadku oceniania na podstawie kartkówek, 2 godziny to czas potrzebny na ich przeprowadzenie w trakcie całego semestru).	2
		Suma: 15

#### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

- N1. wykład tradycyjny  
N2. ćwiczenia rachunkowe  
N3. konsultacje  
N4. praca własna - przygotowanie do kartkówek i kolokwium

#### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA (Wykład)

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_W01 - PEK_W03	kolokwium zaliczeniowe
$P = 2/3 \cdot F1(\text{wykład/lecture}) + 1/3 \cdot F1(\text{ćwiczenia/classes})$ , gdzie obie oceny $F1 > 2,0$ (both marks $F1 > 2.0$ )		

#### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA (Ćwiczenia)

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_U01- PEK_U03 PEK_K01-PEK_K03	kartkówki lub kolokwium zaliczeniowe
P = (brak)		

## LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

### LITERATURA PODSTAWOWA

1. M. Gewert, Z. Skoczylas, Równania różniczkowe zwyczajne. Teoria, przykłady, zadania, Oficyna Wydawnicza GIS, Wrocław 2007.
2. W. Żakowski, W. Leksiński, Matematyka cz. IV, WNT, Warszawa 1984.
3. F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy ze wstępem do równań różniczkowych, PWN, Warszawa 2008.
4. S. Łanowy, F. Przybylak, B. Szlęk, Równania różniczkowe, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2003.
5. H. Bereś, K. Bereś, Elementy równań różniczkowych. Cz. 1, Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 2003.
6. H. Bereś, K. Bereś, Elementy równań różniczkowych. Cz. 2 Rozwiązania zadań, Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 2005.
7. W. Krywicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach. Część 2, PWN Warszawa 2011.

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

1. N. Matwiejew, Metody całkowania równań różniczkowych zwyczajnych, PWN, Warszawa, 1986.
2. N. Matwiejew, Zadania z równań różniczkowych zwyczajnych, PWN, Warszawa 1976.
3. J. H. Hubbard, B. H. West, Differential equations: a dynamical systems approach, Cambridge University Press, Cambridge 2003.

## MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU **Równania różniczkowe zwyczajne** Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU **Mechanika i Budowa Maszyn**

Przedmiotowy efekt kształcenia	Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności	Cele przedmiotu	Treści programowe	Numer narzędzia dydaktycznego
PEK_K01-PEK_K03	K1MBM_K03, K1MBM_K04	C3	Ćw1 - Ćw7	N3, N4
PEK_U01-PEK_U03,	K1MBM_U08	C2	Ćw1 - Ćw7	N2, N4
PEK_W01, PEK_W02, PEK_W03	K1MBM_W01	C1	Wy1 - Wy7	N1, N3

## OPIEKUN PRZEDMIOTU

dr inż. Dorota Aniszewska tel.: 320-27-90 email: dorota.aniszewska@pwr.edu.pl

## SUBJECT CARD

Name in Polish: **Równania różniczkowe zwyczajne**

Name in English: **Ordinary differential equations**

Main field of study (if applicable): **Mechanical Engineering and Machine Building**

Level and form of studies: **I level, full-time**

Kind of subject: **obligatory**

Subject code: **MMM031055 (MMM031378)**

Group of courses: **no**

	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)	15	15			
Number of hours of total student workload (CNPS)	30	30			
Form of crediting	Crediting with grade	Crediting with grade			
Group of courses	X				
Number of ECTS points	1	1			
including number of ECTS points for practical (P) classes		1			
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes	0.6	0.7			

## PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES

1. Student is familiar with the differential and integral calculus of function of one variable and other branches of mathematics used in this calculus, particularly linear algebra.
2. Student is able to calculate derivatives of functions of one variable, indefinite and definite integrals using methods by parts and by substitution.
3. Student is able to calculate determinants, eigenvalues and eigenvectors of matrix.

## SUBJECT OBJECTIVES

- C1. To gain basic knowledge of first-order and second-order ordinary differential equations, and systems of differential equations.
- C2. To learn how to choose the appropriate method of solving ordinary differential equations and systems of differential equations.
- C3. To develop and consolidate the ability to access information and its analysis.

## SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS

### I. Relating to knowledge:

PEK\_W01 - Student has theoretical knowledge of differential equations and knows methods of their solving.

PEK\_W02 - Student has knowledge about methods of solving of systems of differential equations.

PEK\_W03 - Student has knowledge about applying differential equations as the mathematical model for a physical phenomenon.

### II. Relating to skills:

PEK\_U01 - Student is able to formulate theorems and definitions of differential equations in oral and written, friendly manner,

PEK\_U02 - Student is able to solve first-order and second-order differential equations.

PEK\_U03 - Student is able to solve systems of differential equations.

### III. Relating to social competences:

PEK\_K01 - Student understands the necessity of systematical work on all tasks and can estimate the time needed for solving the exercise.

PEK\_K02 - Student knows the scope of his/her knowledge and abilities, is able to identify lack of knowledge and complete it using the literature.

PEK\_K03 - Student acts ethically and understands the importance of intellectual honesty,

## PROGRAMME CONTENT

Form of classes – Lecture		Number of hours
Lec1	First-order differential equations: the basic definitions. Issues from various fields leading to differential equations. First-order differential equations: the equations with separated variables and homogeneous equations.	2
Lec2	First-order linear homogeneous and heterogeneous differential equations. Method of variation of constant.	2
Lec3	Orthogonal curves. Second-order equations. Reducible second-order equations.	1
Lec4	Second-order linear homogeneous differential equations. Wronskian. Second-order linear homogeneous differential equations with constant coefficients.	2
Lec5	Second-order linear heterogeneous differential equations with constant coefficients. Method of variation of constants. Method of undetermined coefficients.	2
Lec6	Systems of differential equations. Method of elimination. Homogeneous linear system of equations with constant coefficients.	2
Lec7	Heterogeneous linear system of equations with constant coefficients. Method of variation of constants.	2
Lec8	Final test.	2
		Total hours: 15
Form of classes – Classes		Number of hours
CI1	Reminder on differential and integral calculus. Solving first-order differential equations with separated variables and homogeneous equations.	2

CI2	Solving first-order linear homogeneous and heterogeneous differential equations.	2
CI3	Solving reducible second-order differential equations.	2
CI4	Solving second-order linear homogeneous differential equations with constant coefficients.	1
CI5	Solving second-order linear heterogeneous differential equations with constant coefficients with method of undetermined coefficients.	2
CI6	Solving second-order linear heterogeneous differential equations with constant coefficients with method of variation of constants.	2
CI7	Solving heterogeneous linear systems of equations with constant coefficients.	2
CI8	Final test (in case of evaluation on base of short tests, 2 hours are necessary to perform them during semester).	2
		Total hours: 15

#### TEACHING TOOLS USED

- N1. traditional lecture
- N2. calculation exercises
- N3. tutorials
- N4. work on preparing for tests

#### EVALUATION OF SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS ACHIEVEMENT (Lecture)

Evaluation (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	Educational effect number	Way of evaluating educational effect achievement
F1	PEK_W01 - PEK_W03	final test
$P = 2/3 \cdot F1(\text{wykład/lecture}) + 1/3 \cdot F1(\text{ćwiczenia/classes}), \text{gdzie obie oceny } F1 > 2,0 \text{ (both marks } F1 > 2.0)$		

#### EVALUATION OF SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS ACHIEVEMENT (Classes)

Evaluation (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	Educational effect number	Way of evaluating educational effect achievement
F1	PEK_U01- PEK_U03 PEK_K01-PEK_K03	short tests or final test
P = (brak)		

## PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE

### PRIMARY LITERATURE

1. M. D. Greenberg, Ordinary differential equations, John Wiley & Sons, 2012.
2. R. Carlson, Linear ordinary differential equations, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia 1997.
3. R. E. O'Malley, Thinking about ordinary differential equations, Cambridge University Press, 1997.
4. A. Jeffrey, Linear algebra and ordinary differential equations, CRC Press, 1993.
5. G. Birkhoff, G. C. Rota, Ordinary differential equations, John Wiley & Sons, 1989.
6. R. M. M. Mattheij, J. Molenaar, Ordinary differential equations in theory and practice, John Wiley and Sons, 1996.
7. R. K. Miller, A. N. Michel, Ordinary differential equations, Academic Press, 1982.

### SECONDARY LITERATURE

1. J. H. Hubbard, B. H. West, Differential equations: a dynamical systems approach, Cambridge University Press, Cambridge 2003.
2. N. Finizio, G. Ladas, Ordinary differential equations with modern applications, Wadsworth Publ. Co., 1989.

## MATRIX OF CORRELATION BETWEEN EDUCATIONAL EFFECTS FOR SUBJECT **Ordinary differential equations** AND EDUCATIONAL EFFECTS FOR MAIN FIELD OF STUDY **Mechanical Engineering and Machine Building**

Subject educational effect	Correlation between subject educational effect and educational effects defined for main field of study and specialization (if applicable)	Subject objectives	Programme content	Teaching tool number
PEK_K01-PEK_K03	K1MBM_K03, K1MBM_K04	C3	CI1 - CI7	N3, N4
PEK_U01-PEK_U03,	K1MBM_U08	C2	CI1 - CI7	N2, N4
PEK_W01, PEK_W02, PEK_W03	K1MBM_W01	C1	Lec1 - Lec7	N1, N3

## SUBJECT SUPERVISOR

dr inż. Dorota Aniszewska tel.: 320-27-90 email: dorota.aniszewska@pwr.edu.pl